

# Zadania matematyczno-fizyczne na poziomie gimnazjalnym

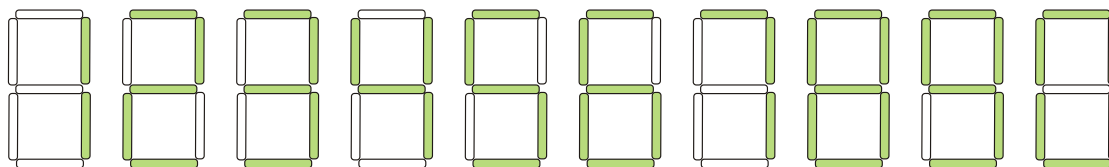
Andrzej P. Urbański

1. Dzieci pewnego znajomego zapomniały ile kończy lat, więc ten dał im odpowiedź w postaci wyrażenia z niewiadomą, którą trzeba odgadnąć:

$$(x - 1)x^x$$

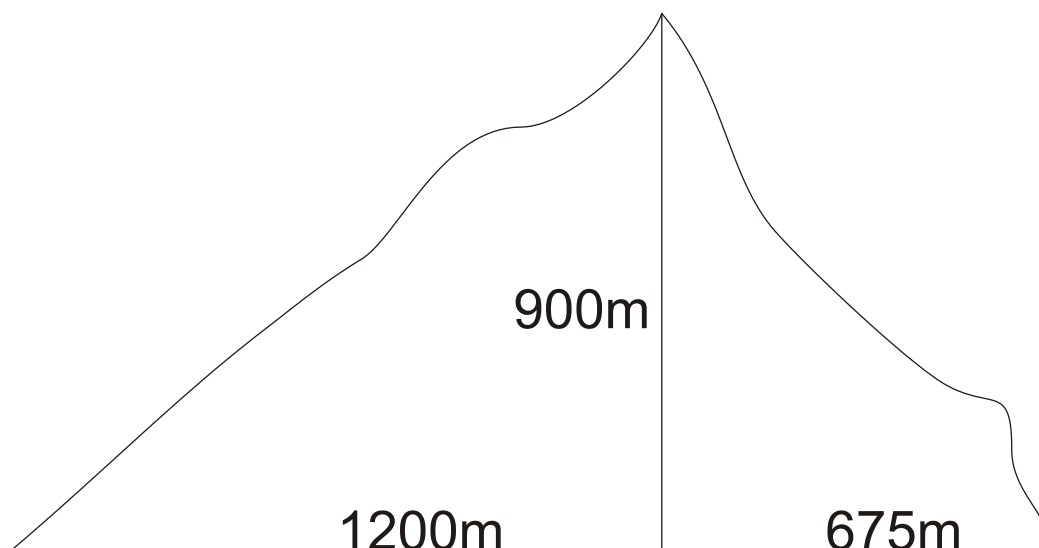
Należy podać wiek tego znajomego.

2. Godziny na zegarkach cyfrowych wyświetlane są z użyciem segmentów. Segmentów na jedną cyfrę jest siedem, ale nie dla każdej cyfry wszystkie są zapalone.

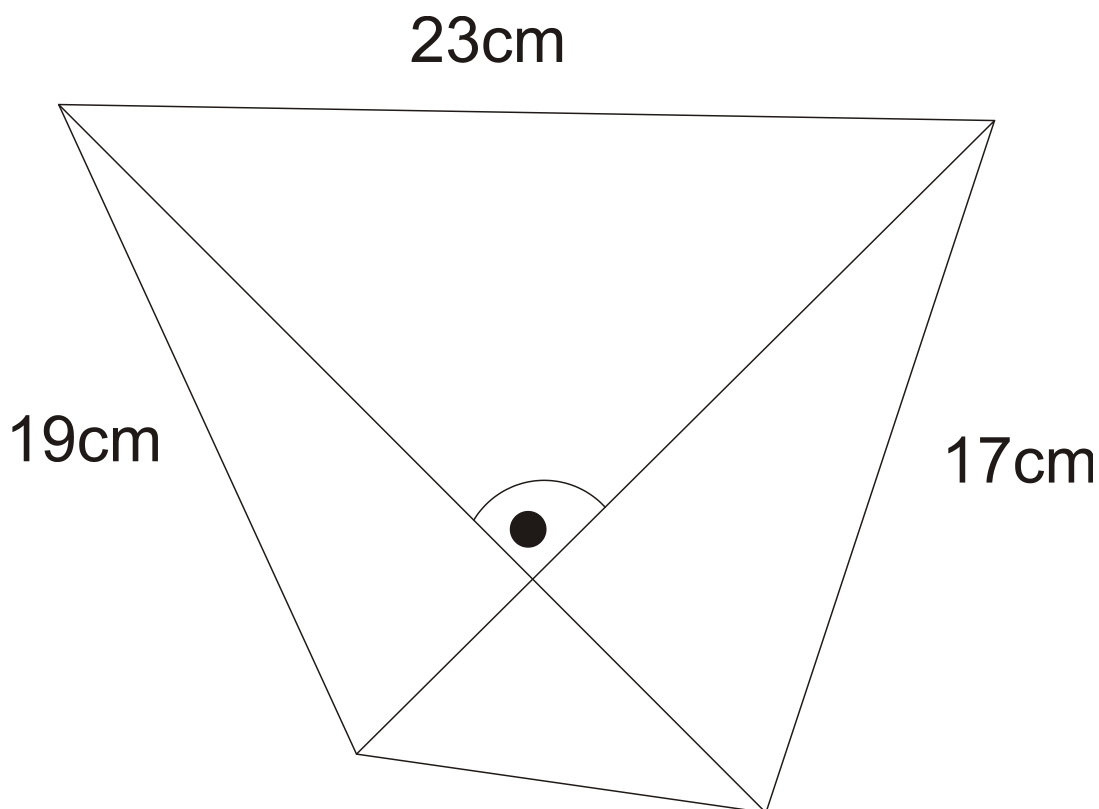


Pewien uczeń zauważył, że jeśli ocenę wyświetlimy w postaci cyfry na takim segmentowym wyświetlaczu to liczba zapalonych segmentów pomniejszona o 2 będzie liczbą takich ocen na jego świadectwie. Należy policzyć średnią ocen na jego świadectwie.

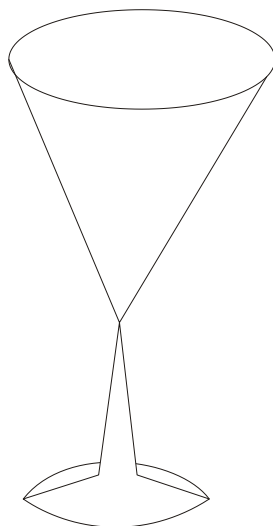
3. Turysta wybrał się na przejście z miejscowości A do C poprzez szczyt górski B. Z mapy wynika, że miejscowości A i C znajdują się na tej samej wysokości nad poziomem morza, a B o 900m wyżej. A, B i C leżą też na jednej linii, a odległość od A do podstawy szczytu B wynosi 1200m. Podobnie dalej do C jest 675m. Jaką drogę przebył turysta idąc w górę, a jaką w dół?



4. Przekątne pewnego czworokąta przecinają się pod kątem prostym. Dwa boki nie sąsiadujące ze sobą mają długości 19 i 17, a trzeci bok je łączący ma długość 23. Obliczyć długość brakującego boku.

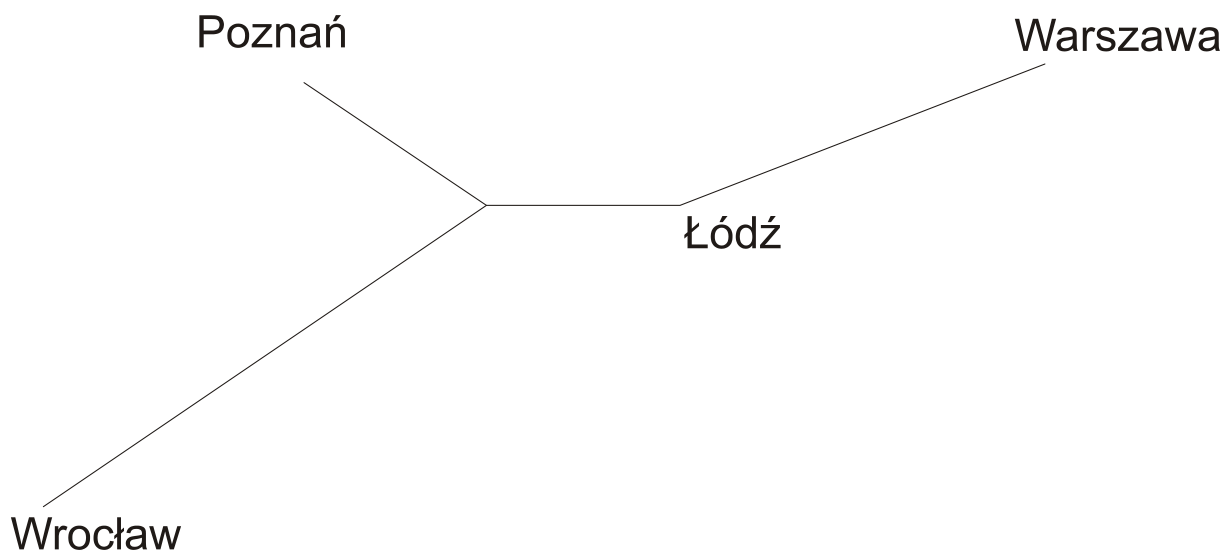


5. Pewnej kobiecie zachorował chłopiec w wieku przedszkolnym. Lekarz przepisał pewne lekarstwo w płynie i zazaczył, że mały pacjent powinien go wypić, co najmniej 6 mililitrów. Matka wzięła typowy kieliszek na nóżce o pojemności 8 mililitrów i na wszelki wypadek wypełniła go do pełna. Jednak chłopiec wypił tylko połowę wysokości kieliszka i uparł się, że więcej nie da rady, bo lekarstwo było niedobre. Jak myślisz? Ile płynu wypił chłopiec?



6. W Polsce planowana jest szybka kolej Y łącząca Warszawę, Wrocław, Łódź i Poznań. Ma liczyć łącznie 450 km i kosztować 20mld zł. Spróbujmy policzyć w jakim czasie nakłady na jej budowę zwrócą się. Jeśli idzie o ceny biletów to można założyć, że za 1km opłata wyniesie 0,5 zł. Założmy, że z Łodzi do: Warszawy jest 130km, Wrocławia 210km, Poznania 210km. A z Poznania do Wrocławia 200km. Zakładamy, że pomiędzy Poznaniem a Wrocławiem w każdą ze stron jedzie codziennie 20 pociągów wiozących po 1000 pasażerów, a z Łodzią łączy się każde z pozostałych miast w każdą ze stron po 30 pociągów również po 1000 pasażerów. Założmy jeszcze, że z ceny biletu połowa idzie na

koszty eksploatacyjne: prąd, koszty personalne itp., a połowa może być wykorzystana na amortyzację.



7. I jeszcze zadanko związane z tą linia szybkich kolei. Załóżmy, że z Łodzi do: Warszawy jest 130km, Wrocławia 210km, Poznania 210km. A z Poznania do Wrocławia 210km. Trasa liczyć łącznie 450 km. Ile kilometrów jest z Warszawy do rozgałęzienia(będzie w Nowych Skalmierzycach) na Poznań i Wrocław. A ile od rozgałęzienia do Poznania i do Wrocławia.
8. Ciąg 1,6,7,2,9,4,3,0,5 został utworzony przy użyciu klawiatury komputerowej kierując się pewną ścisłą regułą. Podaj ją.
9. Dawno temu pewna młoda dziewczyna powiedziała:  
Urodziłam się 6 września, ale obchodzę me urodziny nie co rocznie, a co 1000 dni.Jeden z jubileuszów mych urodzin obchodziłam w dniu 1 sierpnia 1956 r. Proszę odganać rok, w którym przysłam na świat.
10. O godzinie 7:45 z miasta A do B wyruszył pociąg pospieszny, którego przegonił szybki pociąg, wyruszający również z A, ale w godzinę później. Traf chciał, że pociągi minęły się równocześnie z kolarzem, który w tym momencie wyzerował licznik kilometrów. Ponownie takie zdarzenie miało miejsce 210km dalej na drodze kolarza. Tylko, że tym razem pociągi nadjeżdżały z przeciwnej niż kolarz strony. Pospieszny wyruszył z B po 1:15 przerwie o 16:00, a szybki pociąg zdążył przejechać w tę i z powrotem, tracąc łącznie zaledwie kwadrans na postoje na stacjach końcowych. Tak więc szybki pociąg wyruszył z B o 18:00. Proszę wyznaczyć prędkości obydwu pociągów, roweru oraz odległość pomiędzy A i B.
11. Pewna matka miała dzieci, których suma wieku była połową jej wieku. Dwa lata wcześniej suma wieku jej dzieci byłaby tylko ćwiartką jej dzisiejszego wieku. A za dwa lata suma wieku jej dzieci będzie jej wiekiem przy rodzeniu pierwszego dziecka. Każde dziecko jest w innym wieku i rok wcześniej wiek najstarszego dziecka był sumą wieku pozostałych. Ile ta kobieta ma dzieci, jaki jest jej wiek i jaki jest aktualny wiek jej dzieci.
12. Pięciu kolegów: Arek, Jarek, Marek, Józek i Witek wyszli ze szkoły z wynikami klasówki. Razem uzyskali średnią 4. Arek dostał ocenę wyższą od Jarka, ale niższą od Marka. Za to Józek dostał więcej od Marka, ale mniej niż Witek. Jak więc oceniono każdego z uczniów?
13. A teraz proszę spróbować odgadnąć jakie ci chłopcy mają dziewczyny.  
Magda kiedyś była z Arkiem

Jola wolałaby być z Józkiem, a wcześniej była z Witkiem  
 Beata była kiedyś z Markiem, a teraz jest z Witkiem  
 Ewa kiedyś była z Józkiem, a teraz jest z chłopakiem, który kiedyś chodził z inną wymienioną dziewczyną  
 Pierwszym chłopakiem Grażyny nadal jest Arek

14. Dziewczyna z Polski dała chłopakowi swój komórkowy numer telefonu.  
 On nie miał nic do notowania więc tylko zapamiętał, że kolejne trójki cyfr tworzą liczby stanowiące dwukrotność poprzedniej.  
 Na dodatek numer telefonu dziewczyny miał aż 4 dziewiątki.  
 Jaki to był numer biorąc pod uwagę, że w Polsce takie numery zaczynają się od 5,6 lub 7, a ponadto wspomniane podwajanie może następować od lewej do prawej lub odwrotnie?

15. Oto dane polskiego superauta Arrinera

Wymiary i orientacyjne dane techniczne wersji docelowej

Długość (mm): 4450	Silnik: V8	0-200 km/h: 8,9
Szerokość (mm): 2056	Moc (KM): 650	0-200-0 km (s): 14,3
Wysokość (mm): 1190	Maks. moment obr. (Nm):	200-0 km/h (m):133
Rozstaw kół przód (mm):	820	Czas na 1/4 mili (s): 11.0
1594	Skrzynia biegów: Graziano	Prędkość maks. km/h: 340
Rozstaw kół tył (mm): 1744	Masa (kg): 1300	Przeciążenie w zakręcie (g):
Rozstaw osi (mm): 2695	Masa/moc (kg/1 KM): 2,0	1,3
Pojemność silnika (l): 6.2	0-100 km/h: 3,2	Cena od: 100 tys. GBP



Obliczyć jakie przeciążenia ma kierowca przy hamowaniu z 200km/h.

16. Korzeń drzewa to pewna liczba.

Korzeń rozdwa się na dwie gałęzie każda udekorowana liczbą o jeden mniejszą.

I dalej aż do liści drzewa.

Jak wyglądało drzewo jeśli suma tych wszystkich jego liczb wyniosła 41?

17. Pociągi przeciwnych relacji pomiędzy miastami odległymi o 100km minęły się gdzieś po drodze. Jeden do tego miejsca jechał 0,5 h a drugi 1h. Pierwszemu pozostało jeszcze 0,5 h jazdy, a drugiemu 1h. Jakie były prędkości pociągów i gdzie się spotkały?
18. Pewien uczeń nie umiał dodawać ułamków prostych i mając dwa z jedynek w licznikach dodał tylko mianowniki i przed tą sumą umieścił zero z przecinkiem. Okazało się jednak, że ten wynik był prawidłowy. Jakie to były liczby, które dały tak zaskakujący rezultat.
19. Na jednej szalce położono dwie jednakowe tabliczki czekolady, a na drugiej  $\frac{2}{5}$  takiej samej tabliczki i 32kg. Nastąpiła równowaga. Ile waży tabliczka czekolady?
20. A i B są kolarzami ścigającymi się na tym samym torze o tej samej liczbie okrążeń. Od momentu startu do finiszu każdy z nich równomiernie przyspiesza swoją jazdę. A przejechał ostatnią ćwiartkę ostatniego okrążenia w 3 minuty. B - ostatnią tercję (trzecią część) ostatniego okrążenia w 4 minuty. Kto zwyciężył.
21. Dwie gospodynie przyniosły na targ w sumie 100 jaj. Chociaż nie miały jednakowej ich liczby to w sumie utargowały jednakową za nie zapłatę. W końcu jedna powiedziała do drugiej: Gdybym ja miała twoje jaja to bym utargowała 45zł. A ta odpowiedziała: A ja z twoimi dostałabym 20zł. Po ile jaj przyniosły na targ gospodynie?
22. Jak przy pomocy jednego znaku matematycznego wyrazić, że przynajmniej jedna z trzech liczb a, b, c równa się zero?
23. Ilu czcionek użyto do ponumerowania książki liczącej 1352 stronicę?
24. Przekupka miała umyśloną już cenę na jajka do sprzedaży na targu. Jednak widząc duży ruch zażyczyła sobie o 20% wyższej ceny. Po jakimś czasie jednak, gdy sprzedaż nie szła po jej myśli obniżyła cenę znowu o 20%. A pod koniec dnia ostatnie jajka sprzedawała po cenie jeszcze o 50% niższej tj. po 48 groszy. Jaka była wyjściowa cena tych jajek?
25. Trzech synów odziedziczyło po ojcu plik 21 banknotów. Najstarszy wziął banknoty 200zł, średni 100zł, a najmłodszy 50zł. Jakież było ich zdziwienie kiedy okazało się, że kwotowo otrzymali dokładnie tyle samo pieniędzy. Jaka to była suma pieniędzy i jakie się na nią składały banknoty.
26. Statek pod napędem płynie z Warszawy do Gdańska przez dwa dni, a z powrotem (pod prąd) przez trzy dni. Ile dni spływałby rzeką bez napędu? Znajomość odległości rzeką z Warszawy do Gdańska jest niepotrzebna.
27. Autobus wiozący wycieczkę jechał ze stałą prędkością. Wzdłuż szosy - jak wiadomo - stoją słupy kilometrowe. O godz. 12 w południe autobus minął słup z pewną liczbą dwucyfrową. O godz. 13:00 minął słup z liczbą wypisaną tymi samymi cyframi, ale w odwrotnym porządku. O godz. 14:00 autobus minął słup z liczbą trzycyfrową napisaną tymi samymi cyframi, które były na pierwszym słupie, ale przedzielonymi cyfrą zero. Jakie były liczby napisane na tych trzech słupach? Jaka była prędkość autobusu. Zakładamy, że autobus wyruszył z miejsca, które powinno być oznaczone słupem z liczbą zero.
28. Pociąg z Poznania do Warszawy (300km) napotkał pociąg relacji przeciwnej po 1 godz. jazdy. Do celu dojechał po dalszych 2 godz. jazdy, a pociąg relacji przeciwnej po 40 minutach dalszej jazdy.

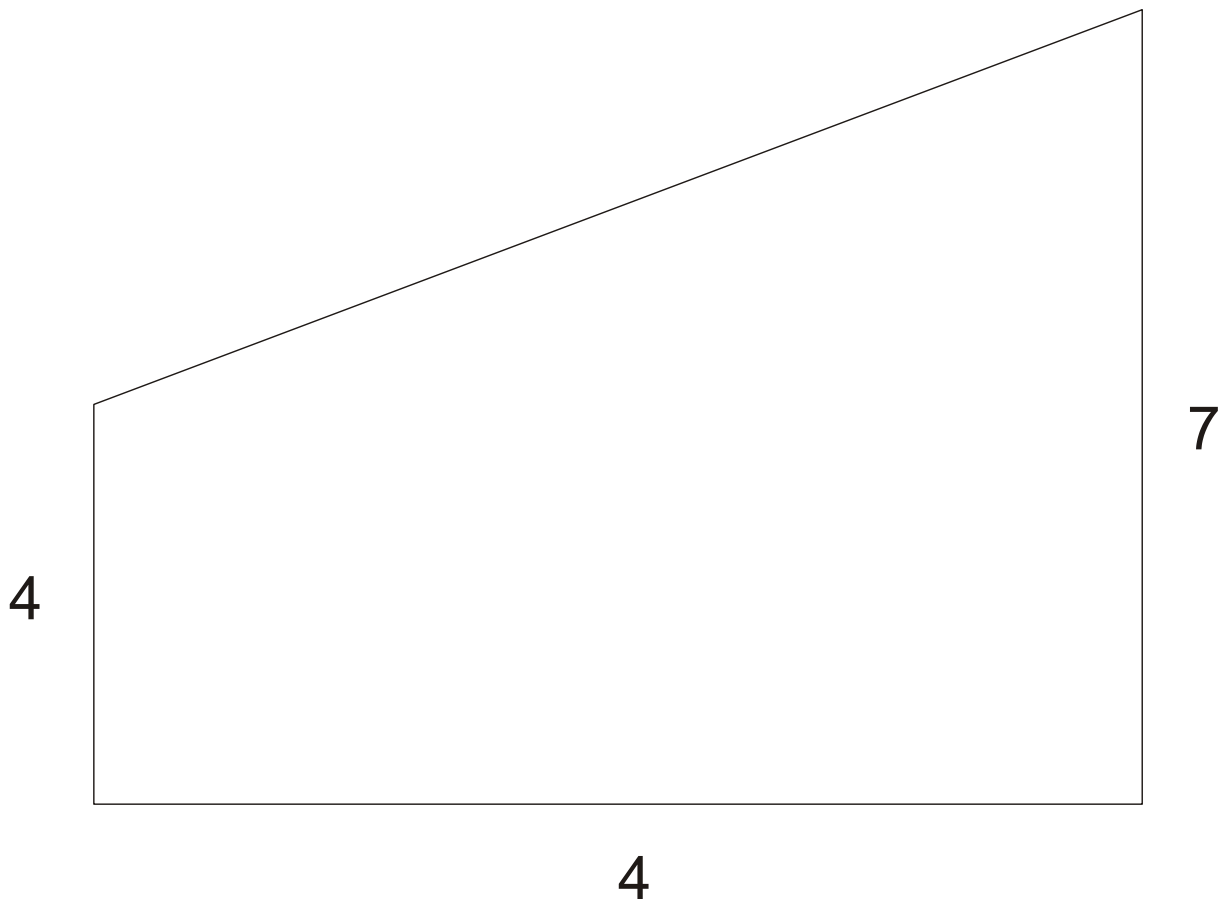
Jakie były prędkości tych pociągów założywszy, że jechały ze stałą prędkością bez zatrzymywania się na stacjach pośrednich?

29. Była pewna cyfra ułożona z zapalek. Po przesunięciu dwóch z nich i usunięciu jednej cyfra się podwoiła. Po dodaniu pewnej liczby zapalek do tej ostatniej znowu się podwoiła. jaka to była cyfra? (wzory cyfr jak w zadaniu 2)

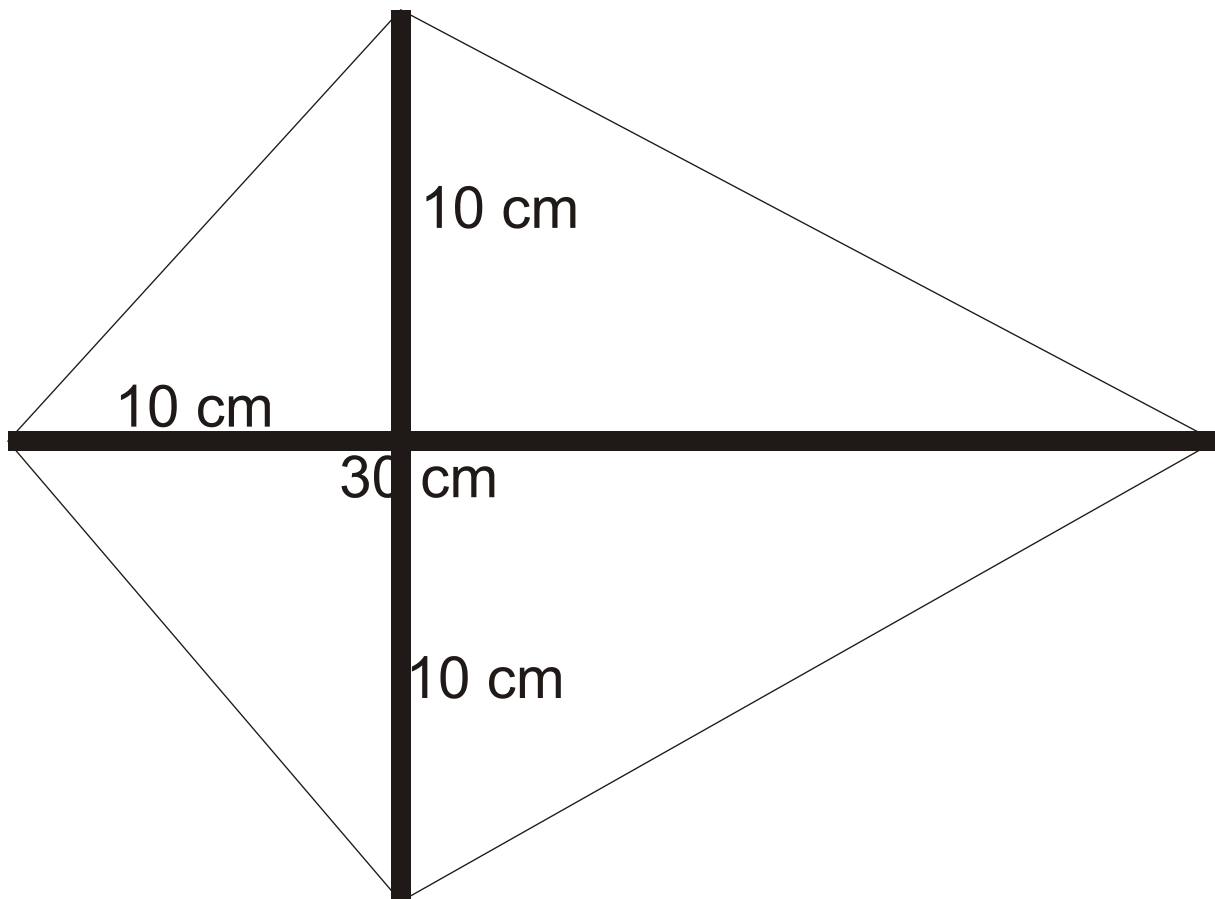
30. Wymień cyfry, które złożone z zapalek mają taką samą wartość jak ilość zapalek. (wzory cyfr jak w zadaniu 2)

31. Antek, Bartek i Czarek są braćmi. Dwa lata temu Czarek był 3 razy starszy od Antka, a Bartek 2 razy starszy od Antka. Za rok Czarek będzie dwa razy starszy od Antka, a Bartek 1,5 razy starszy od Antka. Ile lat mają obecnie Antek, Czarek i Bartek?

32. Trapez ma boki złączone kątami prostymi o długościach kolejno: 4-4-7. Wyliczyć długość jego czwartego boku.

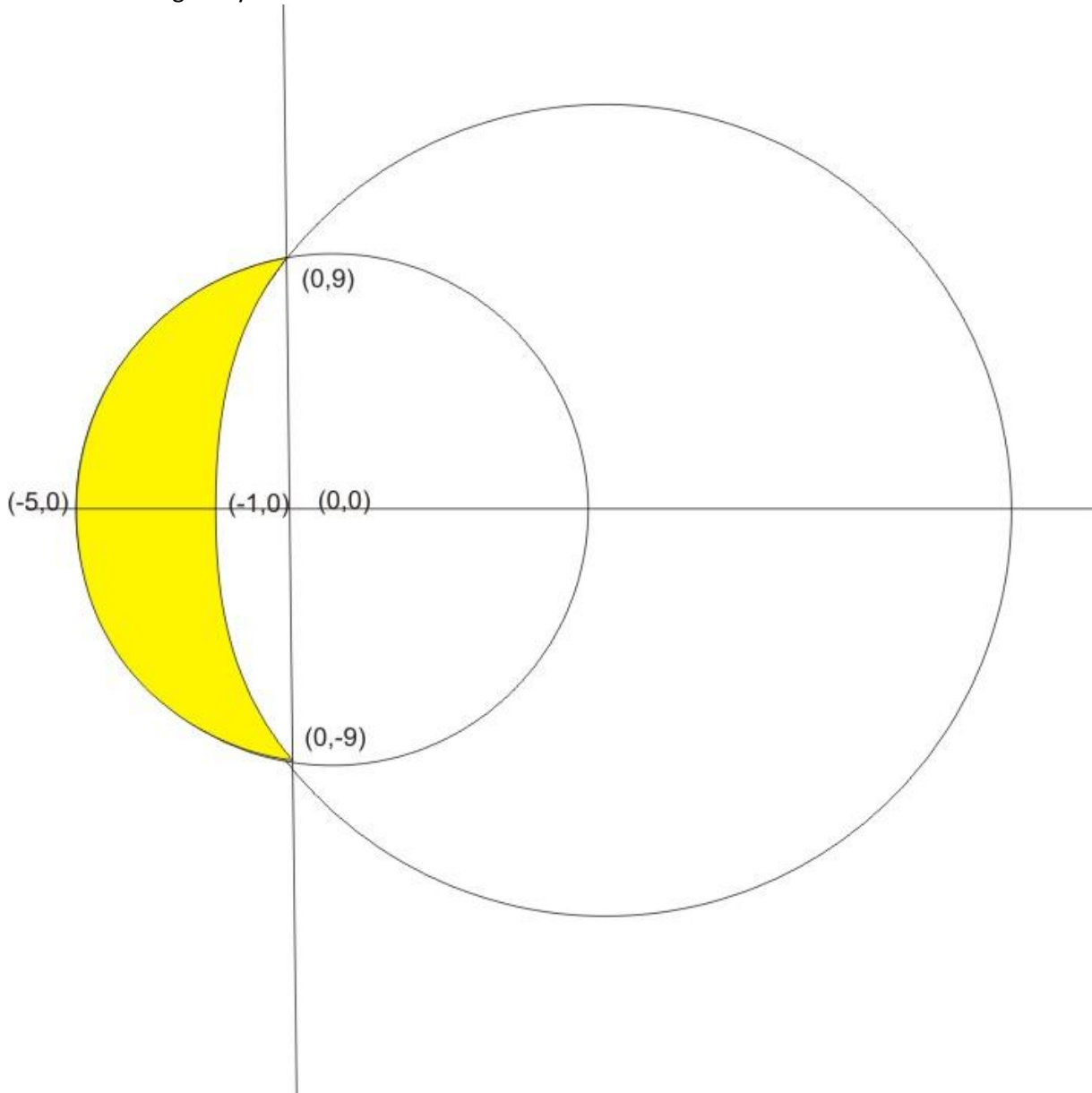


33. Jacek zrobił latawiec z dwóch patyków przecinających się pod kątem prostym. Chłopiec zadbał by krótszy z tych dwóch patyków przecinał się z dłuższym dokładnie w swej połowie. Ponadto od złączenia pośrodku odchodziły trzy odcinki patyków jednakowej, bo 10 cm długości. Długość dłuższego z patyków wynosiła 30cm. Oblicz powierzchnię latawca.



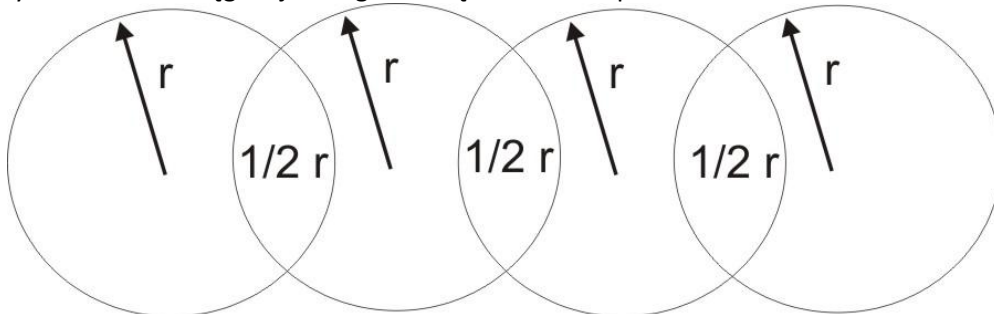
34. Pewien kupiec sprzedawał jajka po 50 groszy sztuka. Gdy sprzedał połowę musiał obniżyć cenę do 40 groszy za sztukę by dalej sprzedawać. Gdy znowu sprzedał połowę pozostałych jaj obniżył cenę do 30 groszy za sztukę by coś jeszcze sprzedać. I znowu gdy sprzedał połowę pozostałych obniżył cenę do 20 groszy za sztukę. Po sprzedaży połowy nie mógł już nic sprzedać i ostatnie dwadzieścia pięć jaj oddał za cztery złote złorzeczając, że to dla niego czyta strata. Ile jajek miał sprzedawca na początku i jaki łączny utarg przywiózł do domu? Ile zarobił sprzedawca jeśli kupił jajka od gospodarza po 10 groszy za sztukę?
35. Połowa klasy to dziewczynki, a połowa to chłopcy. Na w.f. dziewczynek przyszła ich tylko połowa, bo panowała grypa. Okazało się jednak, że połowa z pozostałych miała zwolnienie lekarskie z w.f. Nauczyciel zarządził więc grę w bambingtona przy czym jedna z dziewczynek miała pełnić funkcję sędziego. Ile dzieci było w klasie? Uwaga! Zakładając typową dla naszych szkół licznosc klasy zadanie ma dwa rozwiązania. Jedno bardzo łatwo znaleźć, ale kto "odkryje" to drugie.
36. Pewien plastyk miał do zrealizowania wysypany kamyczkami w kształcie półksiężyca placyk. Zarówno wewnętrzna jak zewnętrzna krawędź półksiężyca jest częścią okręgu. Półksiężyc jest symetryczny względem osi przechodzącej poziomo. Rozpiętość rogów księżyca ma wynosić 18m. Grubość półksiężyca w najszerszym miejscu 4m, a jego wklęsnięcie względem przechodzącej przez rogi księżyca wynosi 1m. Pomóż plastykowi zrealizować to przedsięwzięcie obliczając jak długich potrzebuje sznurków by wyznaczyć odpowiednie części okręgu oraz punkty w jakich znajdują się środki tych okręgów. Obliczyć też ile potrzeba kamyczków na wysypanie całego półksiężyca jeśli na

1m<sup>2</sup> wchodzi 1kg kamyczków.



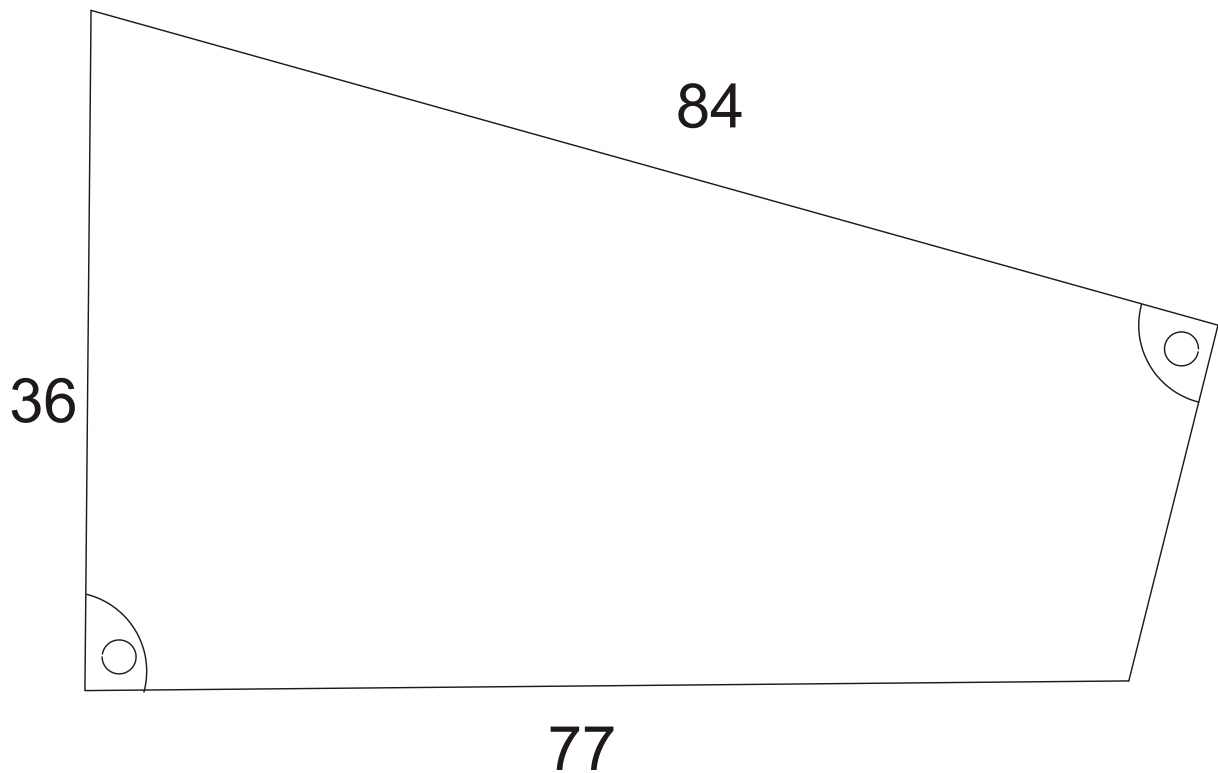
37. Antek jest dwa razy starszy od Bartka, a Bartek był rok temu dwa razy starszy od Czarka. Suma wieku Czarka i Bartka jest o jeden mniejsza od wieku Antka. Po ile lat mają te dzieci?

38. Logo firmy Audi zbudowane jest z czterech okręgów ze środkami umieszczonymi na jednej prostej i zachodzące na siebie tak, że odległość pomiędzy sąsiednimi okręgami w miejscach przecięcia z ową prostą wynosi połowę promieni okręgów. Wyznaczyć promień okręgu i punkty dla środków tych czterech okręgów jeśli logo ma się zmieścić na placu o szerokości 13 m.



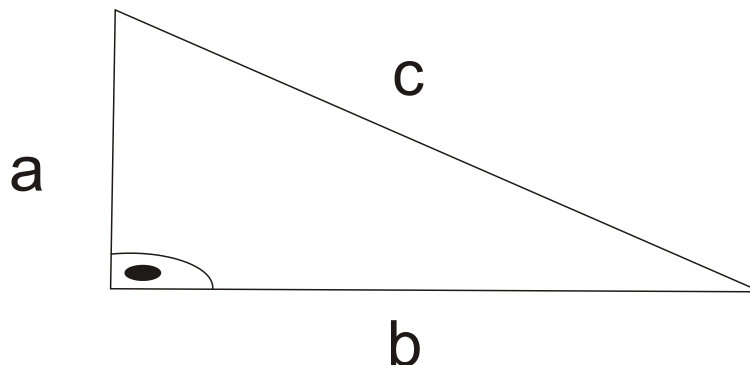
39. W  $2^{x+1}(2^x - 1)$  roku pewien naukowiec z Polski wygłosił referat na konferencji w Coventry na temat wspomaganego projektowania z gotowych elementów. Jaki to był rok jeśli  $x$  jest liczbą całkowitą?

40. Pewien czworokąt ma dwa przeciwległe kąty proste. Boki przyległe do jednego z tych kątów mają długości 36 i 77, a trzeci bok ma długość 84. Obliczyć długość czwartego boku.



# Niektóre przydatne wzory

1. wzór Pitagorasa:  $a^2 + b^2 = c^2$  dla trójkąta prostokątnego:



2. wzór na prędkość w ruchu jednostajnym:  $v = \frac{s}{t}$  gdzie  $s$  to przebyta droga,  $t$  czas podróży,  $v$  osiągnięta prędkość
3. wzór na przyspieszenie:  $a = \frac{v_k - v_p}{t}$  gdzie  $a$  to osiągnięte przyspieszenie,  $v_p$  prędkość początkowa,  $v_k$  prędkość końcowa  $t$  czas przyspieszania.
4. wzór na przebyłą drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym:  $s = \frac{at^2}{2}$  gdzie  $s$  to przebyta droga,  $a$  to osiągnięte przyspieszenie,  $t$  czas przyspieszania.
5. objętość stożka  $V = \frac{1}{3}hP$  gdzie  $V$  to objętość stożka,  $h$  wysokość stożka a  $P$  to pole powierzchni podstawy.
6. pole powierzchni okręgu  $P = \pi r^2$  gdzie  $P$  pole powierzchni,  $r$  promień okręgu,  $\pi$  stała arytmetyczna.